

## M4 Übungen zur 2. Schularbeit

1) Von einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche kennt man die Grundkante  $a = 36$  m und die Seitenflächenhöhe  $h_a = 24$  m. Berechne Oberfläche und Volumen der Pyramide!

2) Berechne Oberfläche und Volumen der Pyramide mit quadratischer Grundfläche, wenn die Grundkante  $a = 7$  m und die Seitenkante  $s = 5$  m gegeben sind!

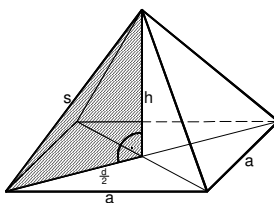
3) Ein Turmdach hat die Form einer regelmäßigen quadratischen Pyramide mit der Grundkante  $a = 6$  m und der Höhe  $h = 7$  m. Wie viel  $\text{m}^2$  Dachfläche müssen gedeckt werden?

4) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man das Volumen  $V = 294 \text{ m}^3$  und die Höhe  $h = 18$  m. Berechne die Länge der Grundkante  $a$ !

5) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man das Volumen  $V = 1089 \text{ cm}^3$  und die Grundkante  $a = 11$  cm. Berechne die Höhe  $h$ !

6) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man die Grundkante  $a$  und die Seitenkante  $s$ .

Gib eine Formel zur Berechnung der Höhe  $h$  an!



7) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man die Länge der Grundkante  $a = 7$  m und die Oberfläche  $O = 161 \text{ m}^2$ . Berechne das Volumen!

8) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man die Länge der Grundkante  $a = 8$  cm und das Volumen  $V = 512 \text{ cm}^3$ . Berechne die Oberfläche!

9) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man die Mantelfläche  $M = 42 \text{ dm}^2$  und die Länge der Grundkante  $a = 3$  dm. Berechne das Volumen der Pyramide!

10) Die Mantelfläche einer regelmäßigen quadratischen Pyramide beträgt  $780 \text{ mm}^2$ , die Länge der Grundkante  $a$  beträgt  $15$  mm. Berechne das Volumen der Pyramide!

11) Drücke folgende Quadratwurzelterme kürzer aus :

a)  $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} =$

b)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$

12) Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich :

a)  $8 \cdot \sqrt{5^2} =$

b)  $5 \cdot \sqrt{3^2} - \sqrt{5^2} \cdot 3 =$

13) Teilweises Wurzelziehen! Vereinfache folgende Quadratwurzel!

a)  $\sqrt{4a^3} =$

b)  $\sqrt{y^2 \cdot x} =$

14) Vereinfache folgende Quadratwurzeln durch teilweises Wurzelziehen:

a)  $\sqrt{200} =$

b)  $\sqrt{500} =$

15) Vereinfache folgende Quadratwurzeln durch teilweises Wurzelziehen!

a)  $\sqrt{8x^3} =$

b)  $\sqrt{12y^2} =$

16) Folgende Quadratwurzeln sind durch teilweises Wurzelziehen zu vereinfachen:

a)  $\sqrt{a^9 b^3} =$

b)  $\sqrt{4a} =$

c)  $\sqrt{2} + \sqrt{8} =$

17) Diese Quadratwurzeln sollen durch teilweises Wurzelziehen vereinfacht werden:

a)  $\sqrt{\frac{32x^2y}{8y}} =$

b)  $\sqrt{26 \cdot 39} =$

18) Bring einen Faktor unter die Wurzel!

a)  $2 \cdot \sqrt{3} =$

b)  $8 \cdot \sqrt{11} =$

19) Erweitere folgende Brüche so, dass der Nenner keine Wurzel mehr enthält, also „rational“ wird!

a)  $\frac{21}{\sqrt{3}} =$

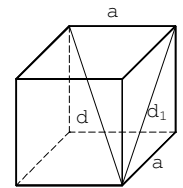
b)  $\frac{15}{\sqrt{5}} =$

20) Erweitere folgende Brüche so, dass der Nenner keine Wurzel mehr enthält, also „rational“ wird!

a)  $\frac{169}{\sqrt{13}} =$

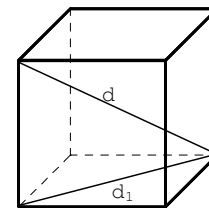
b)  $\frac{a^3}{\sqrt{a}} =$

21) Berechne für einen Würfel mit der Kantenlänge  $a = 5$  cm die Länge einer Flächendiagonale  $d_1$  und die Länge einer Raumdiagonale  $d$ !



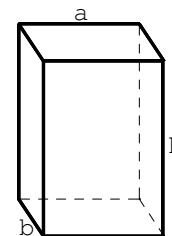
22) Von einem Würfel ist die Summe aller Kantenlängen  $s = 984$  mm gegeben. Berechne die Länge der Raumdiagonale  $d$ !

23) Die Flächendiagonale  $d_1$  von einem Würfel ist 0,66 dm lang. Wie lang ist die Raumdiagonale  $d$ ?



24) Von einem Quader sind die Kantenlängen  $a$ ,  $b$  und  $h$  gegeben. Berechne die Längen der Flächendiagonalen  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  und die Länge der Raumdiagonale  $d$ !

$a = 12$  cm;  $b = 7$  cm;  $h = 25$  cm



25) Die Grundfläche eines Quaders ist  $6,5$  dm  $\times$   $2,9$  dm groß und seine Höhe beträgt  $3,6$  dm. Wie lang sind die Flächendiagonalen  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  und die Raumdiagonale  $d$ ? (Skizze!)

26) Ein Würfel aus Stahl hat eine Masse von  $499,2$  kg und ein Volumen von  $64$  dm<sup>3</sup>.

Es gilt:  $m = V \cdot \rho$  (Masse = Volumen mal Dichte)

Forme die Formel um und berechne die Dichte von Stahl!

27) Die Geschwindigkeit kann mit der Formel  $v = s : t$  (Geschwindigkeit = Weg : Zeit) berechnet werden.

a) Forme die Formel so um, dass man die benötigte Zeit berechnen kann!

b) Wie lang ist ein Wanderer unterwegs, wenn er mit einer Geschwindigkeit von  $5,25$  km/h eine Strecke von  $42$  km zurücklegt?

28) Ein Hebel befindet sich dann im Gleichgewicht, wenn folgende Formel gilt:

$\text{Kraft}_1 \cdot \text{Kraftarm}_1 = \text{Kraft}_2 \cdot \text{Kraftarm}_2$  ( $F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$ )

a) Forme die Formel so um, dass man  $a_1$  berechnen kann!

b) Berechne  $a_1$ , wenn gilt:  $F_1 = 10$  N,  $F_2 = 20$  N und  $a_2 = 3$  m!

1) Lösung

$$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{24^2 - \left(\frac{36}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{24^2 - 18^2}$$

$$h = \sqrt{252}$$

$$h \approx 15,9\text{m}$$

$$O = G + M$$

$$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

$$O = 36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 24$$

$$O = 1296 + 1728$$

$$O = \square 3024\text{m}^2$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{36^2 \cdot 15,9}{3}$$

$$V = 6868,8\text{m}^3$$

2) Lösung

$$h_a = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_a = \sqrt{5^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2}$$

$$h_a = \sqrt{5^2 - 3,5^2}$$

$$h_a = \sqrt{12,75}$$

$$h_a \approx 3,57\text{m}$$

$$d = a \cdot \sqrt{2}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2 \cdot 2}{4}}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{2}}$$

$$h = \sqrt{5^2 - \frac{7^2}{2}}$$

$$h = \sqrt{0,5}$$

$$h \approx 0,7\text{m}$$

$$O = G + M$$

$$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

$$O = 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3,57$$

$$O = 49 + 49,98$$

$$O = 98,98\text{m}^2$$

$$O \approx 99\text{m}^2$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{7^2 \cdot 0,7}{3}$$

$$V = 11,43\text{m}^3$$

3) Lösung

$$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_a = \sqrt{7^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2}$$

$$h_a = \sqrt{7^2 + 3^2}$$

$$h_a = \sqrt{58}$$

$$h_a \approx 7,6\text{m}$$

$$M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$M = 2 \cdot a \cdot h_a$$

$$M = 2 \cdot 6 \cdot 7,6$$

$$M = 91,2\text{m}^2$$

4) Lösung

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3} / \cdot 3$$

$$3 \cdot V = a^2 \cdot h / h$$

$$\frac{3 \cdot V}{h} = a^2 / \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{\frac{3 \cdot V}{h}} = a$$

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot 294}{18}}$$

$$a = \sqrt{49}$$

$$a = 7\text{m}$$

5) Lösung

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3} / \cdot 3$$

$$3 \cdot V = a^2 \cdot h / a^2$$

$$\frac{3 \cdot V}{a^2} = h$$

$$h = \frac{3 \cdot 1089}{11^2}$$

$$h = 27\text{cm}$$

6) Lösung

$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2 \cdot 2}{4}}$$

$$h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{2}}$$

$$d = a \cdot \sqrt{2}$$

## 7) Lösung

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a / -a^2$$

$$O - a^2 = 2 \cdot a \cdot h_a / 2a$$

$$\frac{O - a^2}{2a} = h_a$$

$$h_a = \frac{161 - 7^2}{2 \cdot 7}$$

$$h_a = \frac{112}{14}$$

$$h_a = 8m$$

$$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{8^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{8^2 - 3,5^2}$$

$$h \approx 7,2m$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{7^2 \cdot 7,2}{3}$$

$$V = 117, 6m^3$$

## 8) Lösung

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3} \cdot 3$$

$$3 \cdot V = a^2 \cdot h / a^2$$

$$\frac{3 \cdot V}{a^2} = h$$

$$h = \frac{3 \cdot 512}{8^2}$$

$$h = 24cm$$

$$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_a = \sqrt{24^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2}$$

$$h_a = \sqrt{24^2 + 4^2}$$

$$h_a = \sqrt{592}$$

$$h_a \approx 24,3cm$$

$$O = G + M$$

$$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

$$O = 8^2 + 2 \cdot 8 \cdot 24,3$$

$$O = 64 + 388,8$$

$$O = 452, 8cm^2$$

## 9) Lösung

$$M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$M = 2 \cdot a \cdot h_a / (2 \cdot a)$$

$$\frac{M}{2 \cdot a} = h_a$$

$$h_a = \frac{42}{2 \cdot 3}$$

$$h_a = \frac{42}{6}$$

$$h_a = 7dm$$

$$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{7^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{7^2 - 1,5^2}$$

$$h = \sqrt{46,75}$$

$$h \approx 6,8dm$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3^2 \cdot 6,8}{3}$$

$$V = 20, 4dm^3$$

## 10) Lösung

$$M = 2 \cdot a \cdot h_a / (2 \cdot a)$$

$$\frac{M}{2 \cdot a} = h_a$$

$$h_a = \frac{780}{2 \cdot 15}$$

$$h_a = \frac{780}{30}$$

$$h_a = 26mm$$

$$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{26^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{26^2 - 7,5^2}$$

$$h = \sqrt{619,75}$$

$$h \approx 24,9mm$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{15^2 \cdot 24,9}{3}$$

$$V = 1867,5mm^3$$

$$V \approx 1, 9cm^3$$

11) Lösung a)  $5\sqrt{2}$  b)  $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

12) Lösung a) **40** b) **0**

## 13) Lösung

a)  $2a\sqrt{a}$  b)  $y\sqrt{x}$

## 14) Lösung

a)  $\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = 10\sqrt{5}$

## 15) Lösung

a)  $\sqrt{4 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x} = 2x\sqrt{2x}$

b)  $\sqrt{4 \cdot 3 \cdot y^2} = 2y\sqrt{3}$

## 16) Lösung

a)  $\sqrt{a^8 \cdot a \cdot b^2 \cdot b} = a^4 b \sqrt{ab}$

b)  $2\sqrt{a}$

c)  $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

---

17) Lösung

$$a) \sqrt{\frac{16 \cdot 2x^2}{4 \cdot 2}} = \frac{4x\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 2x$$

$$b) \sqrt{13 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3} = 13\sqrt{6}$$

---

18) Lösung

$$a) \sqrt{12}$$

$$b) \sqrt{8^2} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{64 \cdot 11} = \sqrt{704}$$

---

19) Lösung

$$a) \frac{21\sqrt{3}}{3} = 7\sqrt{3}$$

$$b) \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

---

20) Lösung

$$a) \frac{169\sqrt{13}}{13} = 13\sqrt{13}$$

$$b) \frac{a^3\sqrt{a}}{a} = a^2\sqrt{a}$$

---

21) Lösung

$$d_1 = \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$$

$$d_1 = \sqrt{2 \cdot a^2}$$

$$d = \sqrt{3 \cdot a^2}$$

$$d_1 = a \cdot \sqrt{2}$$

$$d = a \cdot \sqrt{3}$$

$$d_1 = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 5 \cdot \sqrt{3}$$

$$d_1 \approx 7,1 \text{ cm}$$

$$d \approx 8,7 \text{ cm}$$

---

22) Lösung

$$s = 12 \cdot a$$

$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$$

$$a = \frac{s}{12}$$

$$d = \sqrt{3 \cdot a^2}$$

$$a = 82 \text{ mm}$$

$$d = a \cdot \sqrt{3}$$

$$d = 82 \cdot \sqrt{3}$$

$$d \approx 142 \text{ mm}$$

---

23) Lösung

$$d_1 = a \cdot \sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$$

$$a = \frac{0,66}{\sqrt{2}}$$

$$d = a \cdot \sqrt{3}$$

$$a = 0,47 \text{ dm}$$

$$d = 0,47 \cdot \sqrt{3}$$

$$d \approx 0,81 \text{ dm}$$

---

24) Lösung

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + h^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + h^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$$

$$d_1 = \sqrt{12^2 + 7^2}$$

$$d_2 = \sqrt{12^2 + 25^2}$$

$$d_3 = \sqrt{7^2 + 25^2}$$

$$d = \sqrt{12^2 + 7^2 + 25^2}$$

$$d_1 = \sqrt{193}$$

$$d_2 = \sqrt{769}$$

$$d_3 = \sqrt{674}$$

$$d = \sqrt{818}$$

$$d_1 \approx 13,9 \text{ cm}$$

$$d_2 \approx 27,7 \text{ cm}$$

$$d_3 \approx 26 \text{ cm}$$

$$d \approx 28,6 \text{ cm}$$

---

25) Lösung

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$d_1 = \sqrt{6,5^2 + 2,9^2}$$

$$d_2 = \sqrt{6,5^2 + 3,6^2}$$

$$d_3 = \sqrt{2,9^2 + 3,6^2}$$

$$d = \sqrt{6,5^2 + 2,9^2 + 3,6^2}$$

$$d_1 = \sqrt{50,66}$$

$$d_2 = \sqrt{55,21}$$

$$d_3 = \sqrt{21,37}$$

$$d = \sqrt{63,62}$$

$$d_1 \approx 7,1 \text{ dm}$$

$$d_2 \approx 7,4 \text{ dm}$$

$$d_3 \approx 4,6 \text{ dm}$$

$$d \approx 8 \text{ dm}$$

---

---

26) Lösung

$$V \cdot \rho = m \quad / : V$$

$$\rho = m : V$$

$$\rho = 499,2 : 64$$

$$\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$$

Die Dichte von Stahl beträgt  $7,8 \text{ kg/dm}^3$ .

---

27) Lösung

a)  $v = s : t \quad s = v \cdot t \quad t = s : v$

b)  $t = s : v$

$$t = 42 : 5,25$$

$$t = 8$$

Der Wanderer ist **8 Stunden** unterwegs.

---

28) Lösung

a)  $a_1 = \frac{F_2 \cdot a_2}{F_1}$

b) Der Kraftarm  $a_1$  beträgt **6 m**.